منطق‌های لویس

منطق‌های لویس، S1 تا S5 ، همگی شبه منطق هستند: S1 منطق شبه کلاسیک است، S2 و S3 منطق شبه منتظم هستند و S4 و S5 منطق‌های شبه منتظم و شبه نرمال (و نرمال) هستند. مجموعه قضایای این پنج منطق برابر هستند با مجموعه همه نتایجِ $\Box(A \to A)$ در یک منطق کلاسیک و چند منطق منتظم. برای آشنا شدن با این منطق‌ها، ابتدا، با فرمول‌های زیر آشنا می‌شویم:

K	$\Box(A \to B) \to (\Box A \to \Box B)$	=	$(A \prec B) \to (\Box A \to \Box B)$
X	$[\Box(A \to B) \wedge \Box(B \to C)] \to \Box(A \to C)$	=	$[(A \prec B) \wedge (B \prec C)] \to (A \prec C)$
T	$\Box A \to A$		
3	$\Box(A \to B) \to \Box(\Box A \to \Box B)$	=	$(A \prec B) \to (\Box A \prec \Box B)$
4	$\Box A \to \Box\Box A$		
5	$\Diamond A \to \Box\Diamond A$		

اکنون، با افزودن این فرمول‌ها به C و R ، به نظام‌های کلاسیک و منتظم جدید زیر می‌رسیم:

کلاسیک	C1	= C + X	E1	= C1 + T	= C + T + X	= CTX
منتظم	C2	= R	E2	= C2 + T	= R + T	= RT
	C3	= R + 3	E3	= C3 + T	= R + T + 3	= RT3
	C4	= R + 4	E4	= C4 + T	= R + T + 4	= RT4
	C5	= R + 5	E5	= C5 + T	= R + T + 5	= RT5
	C5	= R + 4 + B	E5	= C5 + T	= R + T + 4 + B	= RT4B

[یادداشت برای جدول بالا[1]]

[1] در اینجا، دو نظام دیگر نیز هست که مناسب است آن دو را نیز بیان کنیم:

کلاسیک	C0.9	= C + K	E0.9	= C0.9 + T	= C + T + K	= CTK

نظام S0.9 (بخوانید «S نه دهم») نظام مورد علاقه ما در اینجا نیست و آن را صرفا برای نشان دادن رابطه K و X آورده‌ایم. از آنجا که $(A \to A) \to B$ هم‌ارز B است، در منطق C داریم: $\Box[(A \to A) \to B]$ هم‌ارز $\Box B$ است. از این هم‌ارزی، می‌توان نتیجه گرفت که در C ، X مستلزم K است و بنابراین، C1 قوی‌تر از C0.9 است و آن را نتیجه می‌دهد. از سوی دیگر، X قضیه منطق‌های یکنواخت است و این نشان می‌دهد که C2 مستلزم C1 است.

هیچ یک از این نظام‌ها، قضیه‌ای ضروری ندارد و از این رو، $\Box(A \to A)$ قضیه هیچ یک از ده نظام بالا نیست. اکنون، اگر مانند قبل، نتایجِ $\Box(A \to A)$ در این ده نظام را در نظر بگیریم به منطق‌های لویس می‌رسیم. برای نشان دادن این نظام‌ها، S[A] را به معنای همه نتایج A در نظام S می‌گیریم:

شبه کلاسیک	$S1^0$	$= C1\,[\Box(A \to A)]$	$S1 \quad = E1\,[\Box(A \to A)]$
شبه منتظم	$S2^0$	$= C2\,[\Box(A \to A)]$	$S2 \quad = E2\,[\Box(A \to A)]$
	$S3^0$	$= C3\,[\Box(A \to A)]$	$S3 \quad = E3\,[\Box(A \to A)]$
نرمال و شبه منتظم	K4	$= C4\,[\Box(A \to A)]$	$S4 \quad = E4\,[\Box(A \to A)]$
	K5	$= C5\,[\Box(A \to A)]$	$S5 \quad = E5\,[\Box(A \to A)]$
	KB45	$= CB45\,[\Box(A \to A)]$	$S5 \quad = E5\,[\Box(A \to A)]$

چنان که می‌دانیم، سی. آی. لویس منطق S3 را در سال ۱۹۱۸ و به همراهی لنگفورد، منطق‌های S1 تا S5 را در سال ۱۹۳۲ طراحی کرد. منطق‌های منتظم C2 و E2 تا E5 (همان R و RT تا RT5) را لمون ۱۹۵۷ برای اولین بار، در قیاس با S2 تا S5 ، مطرح کرد. طرح این نظام‌های منطقی، همگی، پیش از ابداع سمانتیک مناسب برای منطق وجهی صورت گرفته و به همین دلیل، این نظام‌ها تنها شامل قواعد نحوی و برهانی هستند. سگربرگ، با الهام از سمانتیک‌های همسایگی و جهان‌های غیرنرمال، منطق‌های کلاسیک C3 تا C5 را در سال ۱۹۷۱ و منطق کلاسیک C1 را در سال ۱۹۹۶ معرفی کرد.